# 句股割圜記

句股割圜之書三卷余友戴君東原所撰戴君之於治經分數大端各究洞源委步算其一也余嘗謂儒者仰不知天道不可以通經如命羲和爲堯典之端首一啟卷蓋已茫然詩大雅十月之交鄭氏箋爲周正虞鄺推之在周幽王六年建酉之月劉原甫乃云宜用夏正春秋襄公二十一年二十四年比月連書日食推步家姜岌一行皆言無比月頻食之理楊士勛穀梁傳疏以爲疑古有之而漢初高帝文帝二十八年之閒比月日食者再此經史不決之大疑他端未易剖析者遽數之不能終其物也前六載余抄得八綫表者稍稍究之今夏



微波榭刻

初戴君以所爲句股割圜記示余讀其文辭殆非秦漢
已後書其於古今步算之大全約以二千言而盡可謂
奇矣戴君自識於終篇曰因周髀首章之言衍而極之
然則記中立法稱名一用古義葢若劉原甫之禮補亡
欲躋古人傳記之後體固不得不爾也余獨慮習今者
未能驟通古乃附注今之平三角弧三角法於下又以
治經之士能就斯記卒業則凡疇人子弟所守以及西
國測量之長胥貫徹靡遺焉是以併著之
乾隆二十三年著雝攝提格壯月歙吳思孝書於存存
書屋

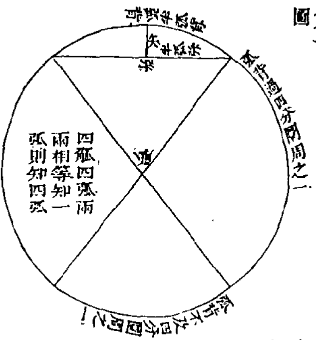
戴氏七經小記四

割圜之法中其圜而觚分之截圜周爲弧背絚弧背之兩端曰弦值弧與弦之半曰矢

凡圜周截之其形勢如弓弩之弧謂之弧背凡兩直畫相交其交處成隅折曰觚觚者稜角之謂不圜而有方角皆曰觚六觚八觚是也兩直畫之交以所交爲圜之中心外截圜周成四觚背凡矢必直弧背與弧弦之正中元郭守敬授時歷草云凡渾圜中割成平圜任割平圜之一分成弧矢形皆有弧背有弧弦有矢割弧背之形而半之則有半弧背有半弧弦有

矢

第一圖

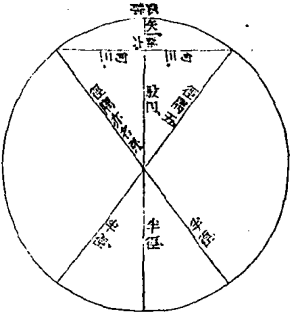



兩直線交於圜之中心所成之弧或俱或句必兩兩相等而二共弧背亦兩兩相等而二或過四分圜周之一或不及四分圜周之一

弧矢之內成相等之句股二半弧弦爲句減矢於圜半徑餘爲股絚句股之兩端曰徑隅亦謂之弦句股之弦適圜半徑也

凡直畫交於圜之中心外抵圜周者皆成圜徑自中心至周爲圜半徑兩直畫之交截圜周必外成弧矢形內成三觚形其矢引長之交於圜之中心截三觚形成相等之兩句股外用半弧背內用一句股授時歷草云因弧矢生句股形以半弧弦爲句矢減半徑之餘爲股半徑則常爲弦

第二圖




設矢一弦六圓之爲句三股四弦五起其率隨其短長小大之變準此凡弦不變而句與股斷弧大小者以此爲率

天體渾圓也如黃赤道各成一規則皆平圓古割圓法以半弧背與句股合爲用由乘除開方以求句股由句股以求弧矢由弧矢以求平圓渾圓步算之能事畢矣

弧矢之內成相等之句股二半弧弦為句減矢於圜半徑餘為股經句股之兩端曰徑隅亦謂之弦句股之弦適圜半徑也

凡直畫交於圜之中心外抵圜周者皆成圜徑自中心至周為圜半徑以兩直畫相交截圜周成弧矢形者四必兩兩相等弧矢形有弧背有弦有矢其內至圜心各成三觚形亦兩兩相等凡矢必當弧背與弦之正中引長之則成圜徑剖三觚形成句股形者二有句有股有徑隅橫者為句直者為股斜者為徑隅股亦名髀徑隅亦名弦

弧矢形半之其用有三曰半弧背曰半弧弦曰矢其內連一句股句即半弧弦矢與股共成圓半徑凡用半猶之用全故割圓法以半弧背與句股合爲用凡直畫平分之爲分數圓畫周分之爲度謂之弧度

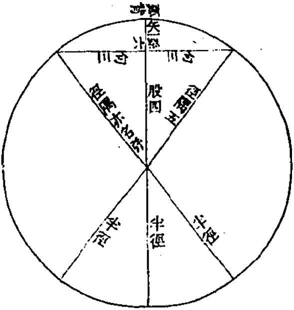
元郭守敬授時歷草弧矢割圜圖其說云凡渾圓中割成平圜任割平圜之一分成弧矢形皆有弧背有弧弦有矢割弧背之形而半之則有半弧背有半弧弦有矢因弧矢生句股形以半弧弦爲句矢減半徑之餘爲股半徑則常爲弦

以上郭第一圖

又云句股內又成小句股則有小句小股小弦而大小可以互求或立或平可以互用　因二至黃赤之距成大句股因各度黃赤之距成小句股

此篇乃東原手書於蕚登洪二哥本上其本乃乾隆二十三年吳氏所刻與五禮通考所載同蓋初脫藁本也皆以第二圖為第一圖故須補此段今既補第一圖則此為叢沓矣乾隆戊戌中秋日飲於玉虹樓待月至三鼓照靈覺天微流月影歸而記此　孔繼涵

第二圖




設矢一弦六圓之爲句三股四弦五起其率隨其短長小大之變準此凡弦不變而句與股隨弧大小者以此爲率

大體渾圓也如黃赤道各成一規則皆平圓古制圓法以半弧背與句股合爲用由乘除開方以盡句股由句股以盡弧矢由弧矢以盡平圓渾圓步算之能事畢矣

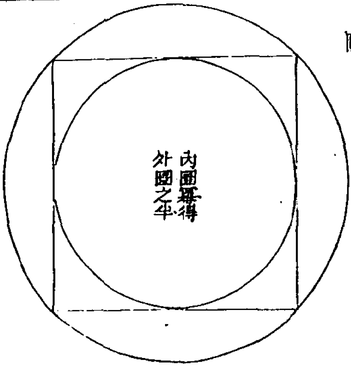
方圜之周徑。信其周以爲袤。以徑爲廣。其冪。咸四。倍於方。圜。之冪。

漢儒釋經。於圜之周徑。用周三徑一。約計大致。非密率也。算家圜率。定於祖沖之。隋書律歷志曰。古之九數圜周率三。圜徑率一。其術疏舛。宋末南徐州從事史祖沖之更開密法。以圜徑一億爲一丈。圜周贏數。三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽。朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽。正數在贏朒二限之間。後人用徑一圜三一四一五九二六五入算。本於祖氏所推也。圜之周徑求其冪。周與徑相乘。四

而一得圜冪（冪者覆巾之名故算家謂平圜平方之積爲冪）猶方之周徑相乘四而一爲方冪也凡方徑一周計之必四故方內容圜方冪四圜冪則爲三一四一五九二六五同徑之方冪與圜冪亦猶同徑之方周與圜周其差數適相符合圜之內函方其內復函圜則內圜適外圜之半方之內函圜其內復函方則內方適外方之半句股之數由斯起矣

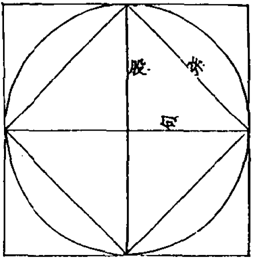
知方圜周徑之率則知同徑之方圜圜冪與方冪之差亦猶圜周與方周之差也知內外方倍半之率則知句股弦可以互求亦猶方與斜可以互求也

第三圖




如外圜徑二萬分周六萬二千八百三十一分八釐五毫有奇羃三萬一千四百一十五萬九千二百六十分有奇則內圜徑萬四千一百四十二分有奇周四萬四千四百一十八分有奇其圜羃萬五千七百零七萬九千六百三十二分有奇凡圜之周與羃不可以圖顯然觀後圖內外方其理亦互相通貫也

第四圖




如外方徑二萬分周八萬分冪四萬萬分則內方徑萬四千一百四十二分有奇周五萬六千五百六十八分有奇其方冪二萬萬分於外方冪減內方餘四隅與內方刲之爲四相等

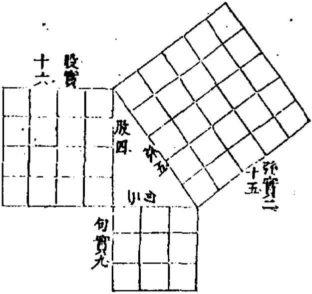
以外方之半徑爲句半徑爲股內方徑爲之弦句成一小方必得外方冪四之一股成一小方如之合二小方共得外方冪之半而弦所成之方即內方亦得外方冪之半此句股弦所以互求之根故周髀算經欲陳句股術先言數之法出於圓方觀是圖顯然矣

句股弦三矩凡直盡有分數刻識者謂之矩方之各自乘得方冪合句與股二方適如弦之大方

周髀算經云數之法出於圓方圓出於方方出於矩矩出於九九八十一故折矩取十有二折之以爲句廣三股脩四徑隅五又云兩矩共長二十有五是謂積矩積矩者句實九股實十六弦實二十五變方爲長觀之合句實股實爲一矩弦實爲一矩其長相等句股弦之率不在三四五適得整數而在句自乘方股自乘方合之爲弦自乘方凡句股弦所爲方冪並以率率之

句七股二十四則弦二十五　句八股十五則弦十七　句九股四十則弦四十一　句十股二十四則弦二十六　句股實之和必與弦實適相合

第五圖




設句三股四弦五圖之併句實股實爲弦實於弦實內減句實餘爲股實減股實餘爲句實三四五求之率必得其二則可以知其三隨其大小短長準此

句股第一術

有句有股求其弦、句自乘股自乘併之開方得弦、

如句七丈股二十四丈、句自乘得四十九丈股自乘得五百七十六丈相併共六百二十五丈爲弦實開方得弦二十五丈

句股第二術

有句有弦求其股、句自乘弦自乘相減開方得股、

如句八丈弦十七丈、句自乘得六十四丈弦自乘得二百八十九丈相減餘二百二十五丈爲股實開方得股十五丈

句股第三術

有股有弦求其句股自乘弦自乘相減開方得句凡曰句曰股者其名可互易故與第二術同

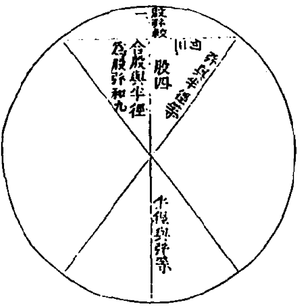
如股二十四丈弦二十六丈股自乘得五百七十六丈弦自乘得六百七十六丈相減餘百丈開方得句十丈

減矢於圜徑餘爲股弦和矢恆爲股弦較凡兩數相併爲和相減餘爲較和較相乘爲句之方

此借句股和較之率言之在弧矢術矢不及圜半徑爲小矢過圜半徑爲大矢圜徑內減小矢得大矢減

大矢則得小矢

第六圖



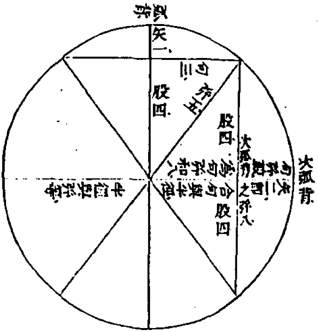



微波榭刻

減句於圜半徑餘爲次弧背之矢倍股爲次弧弦減次弧背之矢於圜徑餘爲句弦和其矢爲句弦較和較相乘爲股之方

股弦較句弦較皆小矢也股弦和句弦和皆大矢也句與股之名可互易弧背次弧背之名亦可互易合弧背次弧背爲圜半周合半弧背次半弧背爲四分圜周之一合小矢大矢爲圜徑合矢與次半弧弦爲圜半徑合半弧弦與次弧背之矢亦爲圜半徑

第七圖



句股第四術

有半弧弦又名丙矩分有矢求其圜徑半弧弦自乘矢除之加矢爲圜徑

如半弧弦八丈矢二丈半弧弦自乘得六十四丈爲實矢二丈爲法除之得三十二丈是爲大矢加矢二丈共三十四丈爲圜徑

句股第五術

有矢有圜徑求半弧弦以矢爲股弦較於圜徑減矢餘爲股弦和和較相乘開方得句句卽半弧弦倍之爲全弦

如矢二丈圓徑五十二丈圓徑內減矢餘五十丈是爲大矢小矢大矢相乘得百丈爲句實開方得句十丈

句股第六術

有半弧弦有圓徑求矢以半弧弦與圓半徑相減得次弧背之矢爲句弦較相併爲句弦和和較相乘開方得股股即次半弧弦又名次內矩分以減圓半徑得矢

如半弧弦七丈圓徑五十丈於圓半徑二十五丈內減半弧弦餘十八丈爲句弦較以減圓徑餘三十二丈爲句弦和和較相乘得五百七十六丈爲股實開

方得股二十四丈以減圜半徑餘一丈為矢

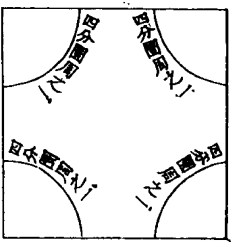
方圜相函之體用截圜之周徑而函句股和較之率四分圜周之一如之規方之四隅而函圜之周凡四弧如之因方以為句股函圜之半周凡三弧如之

凡句股形其一弧折而成方倨句中矩（吳曰今名直角又名正方角）所規之弧適四分圜周之一餘兩弧所規之弧併之亦適四分圜周之一合三弧適圜半周方形剖之成兩句股故半於方形所函

凡三弧形不折而成方或倨（吳曰今名鈍角）或句（吳曰今名銳角）合三弧所規之弧適圜半周四弧剖之成三弧者二故半於

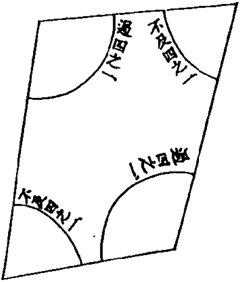
四弧所函知方形及四弧之函全圜則知句股及三弧之函半圜也

第八圖



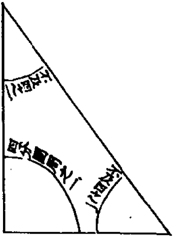

合四隅所規之弧適得圜之周

第九圖



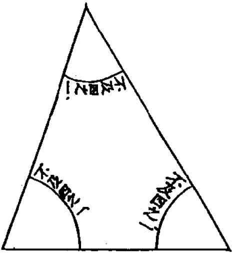

合四弧亦得圜之周

第十圖



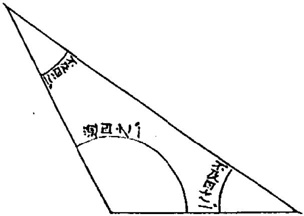
兩弧不及四分圜周之一者測知一弧以減四分圜周之一則得其餘一弧

第十一圖



三弧皆不及四分圜周之一測知一弧以減半周餘為兩弧之和減兩弧則餘一弧

第十二圖




一弧過四分圈周之一餘兩弧合之必不及四分圈周之一合三弧亦過半周三弧形有二其與半周相減之率同

爲矩以準望凡百分以矩之百分爲圜半徑自一隅規之其隅設垂綫截一矩之規成半弧背者二弧外之句謂之矩分引徑隅爲弦謂之徑引數股適圜半徑也次弧外之股謂之次矩分弦謂之次引數句適圜半徑也規法九十有六限限四之一矩之規其限二十有四爲立成以起算

周髀算經曰平矩以正繩偃矩以望高覆矩以測深卧矩以知遠環矩以爲圜合矩以爲方方屬地圜屬天天圜地方方數爲典以方出圜

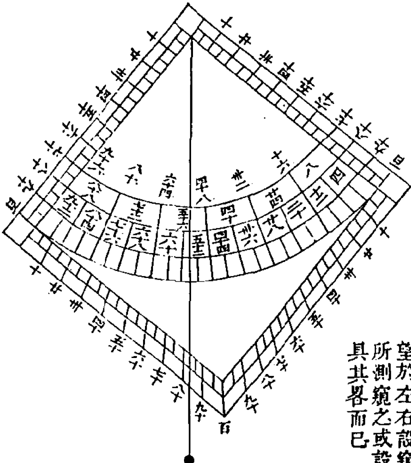
劉徽注九章算術於方田章附割圓之說以平圜徑


微波榭刻

元本作
限十之

二尺半之一尺爲圜裏六弧之一面半徑爲弦半面爲句句弦求股得股轉減半徑得餘爲小句半面又爲小股句股求弦得小弦是爲割六弧成十二弧之一面如是累析爲二十四弧四十八弧九十六弧今圜周設九十六限準諸割圜累析之數

第十三圖

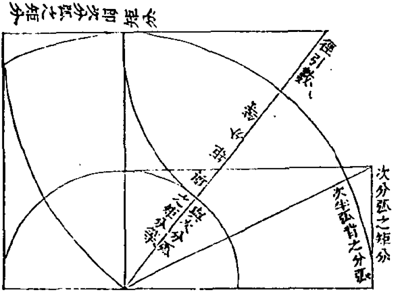



矩百分作矩時細分之用以準望於左右設窺耳從兩縫中向所測窺之或設窺衡代垂綫圖具其畧而已

積矩函分萬如次矩分而一得過滿百之矩分凡規限半弧背也半弧弦以爲句謂之內矩分其股謂之次內矩分規限倍之爲半弧背曰倍弧規限之半曰分弧矩分以爲句取次半弧背之分弧矩分加於句爲之弦得徑引數

準望之矩其分數止於百視垂綫所值在規限十二以內得矩分若規限十二以外則得次矩分故以法通之而後矩分不窮於用其矢與內矩分及次弧背之矢與次內矩分用綫橫截之視外畔方數即得惟徑引數次引數屬斜行不能截取故亦以法通之

第十四圖








微波榭刻

句股第七術

有次矩分求矩分以積矩爲實次矩分爲法除之得

矩分

如次矩分五十以除積矩萬得矩分二百

有矩分求次矩分以積矩爲實矩分爲法除之得次

矩分

如矩分八十除積矩萬得次矩分百二十五

右卽廣袤互求之法方百者自乘其冪萬廣五十袤

二百相乘其冪亦萬廣八十袤百二十五相乘其冪

如之以冪爲實廣除之得袤袤除之得廣

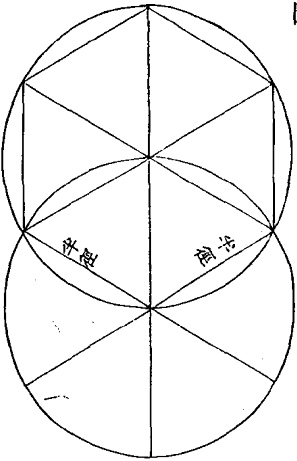
句股第八術

有矩分求徑引數以矩分之規限減一矩之規二十四限餘爲次弧即次半弧背半之爲次弧之分弧取其矩分加於所有之矩分得徑引數

如垂綫佀次矩分五十七分七強仍有奇零曰強其規限八爲次弧以次矩分除積矩得百七十三分二十萬算強一分爲百萬算其規限十六乃以次弧之半四取其矩分二十六分八弱微不足曰弱加於十六限之矩分得徑引數圜周六分之其弧所適圜半徑是故周三徑一者六觚之周也

圜周大於六弧之周、爲六弧背與六弧弦之差

第十五圖

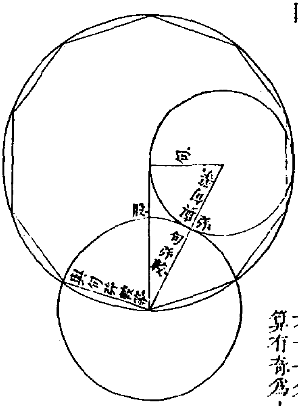



六觚之一面適得圜半徑並兩圜觀之其數顯然梅氏平三角舉要云劉徽祖沖之以割六觚起數趙友欽以四角起數割圜諸率皆自此出

圜半徑爲股半之爲句求其弦句弦較十之是爲十觚之周

分圜周爲十弧其弧弦半之爲四限八分之內矩分即十九限二分之次內矩分（立成三〇九〇一六九九半弱）合前六觚之率其弧弦半之爲十八限之內矩分即十六限之次內矩分（立成五〇〇〇〇〇適足）參以十二限之矩分次矩分相等適圜半徑內矩分次內矩分亦相等準前方內函圜圜內復函方之率得內方徑半之爲十二限之內矩分及次內矩分（立成七〇七一〇六七八有奇）此推立成之根也

第十六圖




句股各自乘併之萬二千五百分爲弦實開方得弦百一十一分八十萬零三千三百九十八筭有奇減句五十分餘六十一分八十萬零三千三百九十八筭有奇爲十弧之弦

圜周之外內所成句股弦皆方數也隨徑隅所指割圜周成弧背皆圜限也限同則外內相應句股弦三矩通一爲率外內相應句股弦三矩通一爲率斯可以小大互權矣

| | | | |
|---|---|---|---|
| 表一 | 小句 | 小股 | 小弦 |
| 表二 | 大句 | 大股 | 大弦 |

句股第九術

凡句股弦小大互求必得其三則可以知其四以原有之兩矩定其率今有之一矩合而權之異乘同除如前表隅表互權異名乘同名除凡用表倣此得所求之一矩吳曰古異乘同除今名三率者是也二率與三率異名相乘爲

實一率與三率同名爲法除之得所求之數爲第四率凡四率可以迭更互求

小股與大句相乘小句除之得大股

小句與大股相乘小股除之得大句

大股與小句相乘大句除之得小股

大句與小股相乘大股除之得小句已上句與股互求

小弦與大句相乘小句除之得大弦

小句與大弦相乘小弦除之得大句

大弦與小句相乘大句除之得小弦

大句與小弦相乘大弦除之得小句已上句與弦互求

小弦與大股相乘小股除之得大弦

小股與大弦相乘小弦除之得大股
大弦與小股相乘大股除之得小弦
大股與小弦相乘大弦除之得小股已上股與弦互求
割圜之法盡於句股互權如句三股四句六股八小大同限也以小句三爲廣以大股八爲袤其冪二十四以小股四爲廣大句六爲袤其冪亦二十四故三除之得八八除之得三四除之得六六除之得四又如句三股四弦五句弦較二句弦和八股弦較一股弦和九二與四四與八成句股小大同限也以小句二爲廣以大股八爲袤其冪十六以小股四與大句

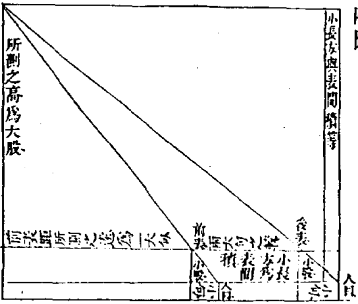
四成方面其冪亦十六故二除之得八八除之得二四除之得四開方亦得四一與三三與九成句股小大同限也以小句一為廣大股九為袤其冪九以小股三大句三成方面其冪亦九故一除之得九九除之得一三除之得三開方亦得三此古算家句股測望用異乘同除小大互求之故在乘除本法如一人出粟三斛計三人共出粟若干以三斛與三人相乘得九斛論異乘同除為原有之一人出粟三斛定其率今有之三人以其率率之當以三與三乘以一除凡除遇一則省除故一乘而得又如三人共分粟九

斛計一人得粟若干以三人除九斛得三斛論異乘
同除爲原有之三人共得粟九斛定其率今有之一
人以其率率之當以九與一乘以三除凡乘遇一則
省乘故一除而得盡異乘同除之於乘除本法非有
更端則句股之小大互求於乘除本法亦非有更端
凡或乘或除皆函小大互求及廣袤之羃此至明淺
易知者然神而明之極步算之巧平圓渾圓之變不
出此矣
吳曰凡準望於表長減人目高以乘表距所測處之
遠人目去表之數除之加表得所測之高卽小股乘

大句小句除之得大股也若重測於表長減人目高以乘兩表閒（前後表相去之數）古人謂之表閒積人目前後去表兩數相減為較除之加表得所測之高此小股乘兩大句之較兩小句之較除之得大股也若以人目去前表之數或去後表之數乘表閒人目前後去表兩數較除之得前表或後表距所測處之遠此任以一小句乘兩大句之較兩小句之較除之各得其一大句也凡表為小股人目去前後表各為一小句其較為兩小句之較所測高為大股前後表距所測處各為一大句兩表閒為兩大句之較其前後各成同

限之大小句股故能以小知大迭更互求無所不通
高深廣遠一理皆句股比例之一端附論之

附圖

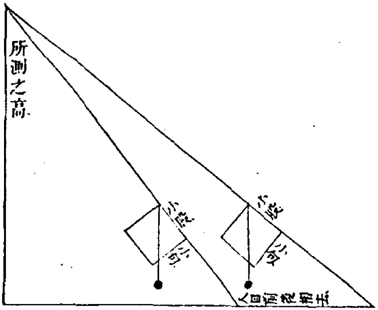



如隔水測其崖高前表臨水後表退三丈一尺九寸有半表長去水面一丈五尺人目高五尺去前表八尺後表一丈二尺五寸睎望之表端與所測之高齊於表長減人目高餘一丈是爲兩小股以乘兩表間得三萬一千九百五十寸是爲表間積即小股乘兩大句之較所得數也以前後人目去表之數相減餘四尺五寸即兩小句之較也以除表間積得大股七丈一尺加表長得崖高去水面八丈六尺

人目去前表八尺是爲一小句以乘大股七十一尺得五百六十八尺以小股十尺除之得大句五丈六尺八寸爲水面之闊

若以前表八尺乘表間三十一尺九寸五分得二百五十五萬六千分以兩小句之較四尺五寸除之得大句亦同

附圖




此用準望之矩不必立表如上所測置兩案案上偃矩喻望之度兩矩設垂綫處去地五尺為人目高其相去三丈六尺四寸有半前測垂綫値矩分八十後測垂綫値次矩分八十以次矩分除積矩得矩分百二十五矩之百分為小股兩矩分為兩小句相減餘四十五為兩小句之較以小股百乘兩矩相去三丈六尺四寸五分得三十六萬四千五百分以兩小句之較四十五除之得大股八百一十分加人目去地五尺得崖高八丈六尺前測矩分八十是為一小句以乘大股八百一十分得六萬四千八百分以小股百分除之得一大句六丈四尺八寸此前測遠水八尺也若以前測矩分八十乘兩矩相去三丈六尺四寸五分得二十九萬一千六百分以兩小句之較四十五除之得大句六丈四尺八寸亦同

弧之外內其句股弦平行觀之成同限之句股三

| | 句 | 股 | 弦 |
|---|---|---|---|
| 表一 | 內矩分 | 次內矩分 | 徑隅 |
| 表二 | 矩分 | 圜半徑 | 徑引數 |
| 表三 | 圜半徑 | 次矩分 | 次引數 |

半弧背次半弧背共在一矩之規其句股弦平行相應合二爲一故可以迭更互求凡句股弦三者平行則必同限

圜半徑徑隅適得矩之百分不待求而得用之求他數且免乘除之煩

第十七圖


凡圜半徑內減次內矩分即半弧背之矢減內矩分即次弧背之矢半弧背次半弧背之名至易則矩分次矩分等之名亦隨而易與日是記之矩分內矩分徑引數八綫表名正切正弦正割其次矩分次內矩分次引數八綫表名餘切餘弦餘割合正矢餘矢成八綫



微波榭刻

句股第十術

立成三句股互求內矩分求次內矩分及求大小矢已見前第六術內矩分減圜半徑得次弧背之矢以加圜半徑得次弧背之大矢小矢大矢相乘開方得次內矩分若先有次內矩分減圜半徑則得矢以加圜半徑得大矢小矢大矢相乘開方得內矩分有次內矩分有內矩分求矩分以圜半徑乘內矩分次內矩分除之得矩分有內矩分有次內矩分求次矩分以圜半徑乘次內矩分內矩分除之得次矩分若積矩為實即圜半徑與徑隅相乘之數次內矩分除之得徑引數內矩分

除之得次引數其互求省除者有內矩分有徑引數求矩分以內矩分乘徑引數徑隅除之得矩分有次內矩分有次引數求次矩分以次內矩分乘次引數徑隅除之得次矩分有次引數有矩分求徑引數以次引數乘矩分圜半徑除之得徑引數有徑引數有次矩分求次引數以徑引數乘次矩分圜半徑除之得次引數

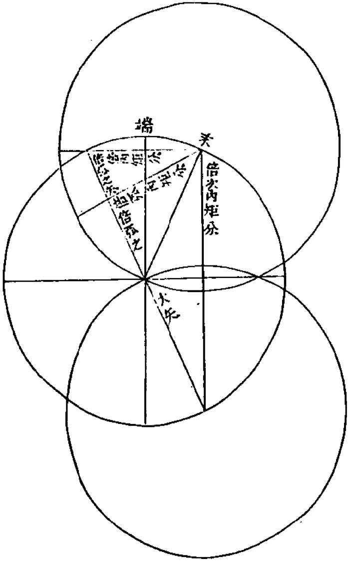
如前六觚之率得十六限之次內矩分五〇〇〇〇〇〇〇（此五千萬也後凡列立成倣此）以減圜半徑萬萬算得矢五〇〇〇〇〇〇〇以加圜半徑得大矢一五〇〇〇〇〇〇〇

○○。小矢大矢相乘爲實。開方。得內矩分八六六○
二五四○。圜半徑乘內矩分。次內矩分除之。得矩分
一七三二○五○八一。又以積矩爲實。次內矩分除
之。得徑引數二○○○○○○○。內矩分除之。得
次引數一一五四七○○五四。以次內矩分乘次引
數。徑隅除之。得次矩分五七七三五○二七。前表內
求內矩分次內矩分者各四。求矩分次矩分徑引數
次引數者亦各四。凡二十有四。擇其省便於算者用
之。術內不盡列也。後凡術所不列而具於表者倣此。
內矩分次內矩分倍其數。合倍弧之弦矢。成同限之句

股三。

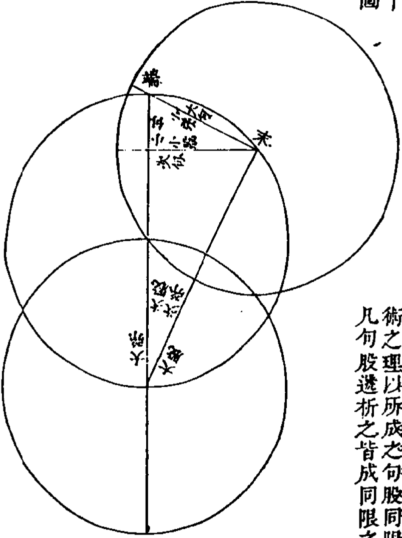
| | 句 | 股 | 弦 |
|---|---|---|---|
| 表一 | 內矩分 | 次內矩分 | 徑隅 |
| 表二 | 矩分 | 圜半徑 | 徑引數 |
| 表三 | 圜半徑 | 次矩分 | 次引數 |
| 表四 | 倍內矩分 | 倍次內矩分 | 圜徑 |
| 表五 | 倍弧內矩分 | 倍弧之大矢 | 倍次內矩分 |
| 表六 | 倍弧之矢 | 倍弧內矩分 | 倍內矩分 |

第十八圖




凡句股之限必自圜之中心割圜得之若自圜周割圜則成倍限半之乃得其限

第十九圖



即前圜轉觀之凡矢與內矩分爲句股必得其規限之半前第四第五第六三術之理以所成之句股同限故可互求凡句股遞析之皆成同限之句股

矢與圜半徑成方冪半之分弧內矩分之方也

凡大小矢相乘必與內矩分自乘等矢爲句內矩分爲股又以內矩分爲句大矢爲股其句股同限矢自乘內矩分自乘併之必與矢乘圜徑等是爲分弧內矩分倍之所自乘方冪矢爲句內矩分爲股分弧內矩分倍之爲弦則分弧內矩分自乘必得其四之一凡方面倍冪必四倍矢乘圜半徑即矢乘圜徑之半故半之與分弧內矩分自乘等合前第四第五第六三術及第六第七第十八十九四圖觀之其理數可以互明

減次矩分於次引數其較爲分弧之矩分

若減矩分於徑引數則其較爲次半弧背之分弧矩

分合前第八術及第十四圖觀之其理數可以互明

句股第十一術

求分弧內矩分及次內矩分以矢與圜半徑相乘半之開方得分弧之內矩分以內矩分與分弧之內矩分相乘矢除之得分弧之次內矩分既得分弧之內矩分次內矩分用前第十術悉得諸數或以圜徑乘分弧之內矩分即分弧之內矩分倍之與圜半徑相乘之數內矩分除之得分弧之徑引數若矢除之則得分弧之次引數其互求省算者以次矩分與次引數相減得分弧之矩分若矩分與徑引數相減則得次半弧背之分弧矩分



葉　徽波榭刻

如十二限之內矩分次內矩分相等並七〇七一〇六七八以減圜半徑得矢二九二八九三二一與圜半徑相乘半之為實開方得六限之內矩分三八二六八三四三又以十二限之內矩分與六限之內矩分相乘為實十二限之矢為法除之得六限之次內矩分九二三八七九五三又如十二限之矩分次矩分相等適滿圜半徑其徑引數次引數亦相等以次矩分一〇〇〇〇〇〇〇與次引數一四一四二一三五六相減得六限之矩分四一四二一三五六

句股第十二術

求倍弧內矩分及次內矩分以內矩分與次內矩分相乘倍之爲實（即內矩分乘倍次內矩分之數）徑隅除之得倍弧內矩分若內矩分自乘倍之爲實（即內矩分乘倍內矩分之數）徑隅除之得倍弧之矢減矢於圜半徑得倍弧之次內矩分

如二限之內矩分一三〇五二二六一九與次內矩分九九一四四四八六相乘倍之爲實徑隅除之得四限之內矩分二五八八一九〇二又以二限之內矩分自乘倍之爲實徑隅除之得四限之矢三四〇七四一三以減圜半徑餘九六五九二五八七爲四限之次內矩分

小大兩弧之和較互權也小弧次內矩分以爲弦兩弧和較之內矩分半和爲之句次內矩分半和爲之股小弧內矩分以爲弦兩弧和較之次內矩分半較爲之句內矩分半較爲之股有大弧互權之率若大弧次內矩分以爲弦兩弧和較之內矩分半較爲之句次內矩分半和爲之股大弧內矩分以爲弦兩弧和較之次內矩分半較爲之句內矩分半和爲之股有小弧互權之率

| 句 | 股 | 弦 | |
|---|---|---|---|
| 大弧內矩分 | 大弧次內矩分 | 徑隅 | 表一 |
| 兩弧和較內矩分半和 | 兩弧和較次內矩分半和 | 小弧次內矩分 | 表二 |

兩弧和較[次內矩分半較] 兩弧和較[內矩分半較] 小弧[內矩分] 表三

句 股 弦

小弧[內矩分] 小弧[次內矩分] 徑隅 表一

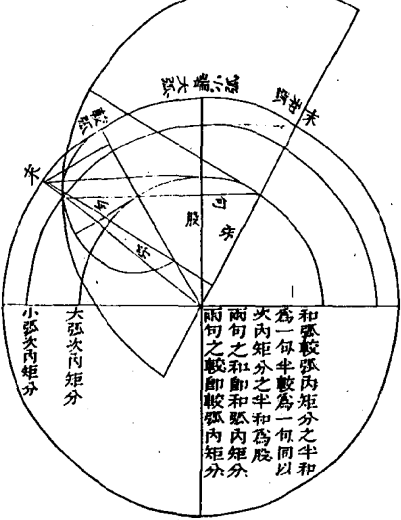
兩弧和較[內矩分半較] 兩弧和較[次內矩分半和] 大弧[次內矩分] 表二

兩弧和較[次內矩分半較] 兩弧和較[內矩分半和] 大弧[內矩分] 表三

小弧次內矩分為弦以大弧權之所得之句即和弧較弧之內矩分半和大弧次內矩分為弦以小弧權之所得之句即和弧較弧之內矩分半較故兩句之和即和弧內矩分兩句之較即較弧內矩分小弧內矩分為弦以大弧權之所得之句即和弧較弧之次

內矩分半較小弧次內矩分爲弦以大弧權之所得之股即和弧較弧之次內矩分半和故句與股之和即較弧次內矩分句與股之較即和弧次內矩分或大弧內矩分次內矩分爲弦以小弧權之所得之句股同

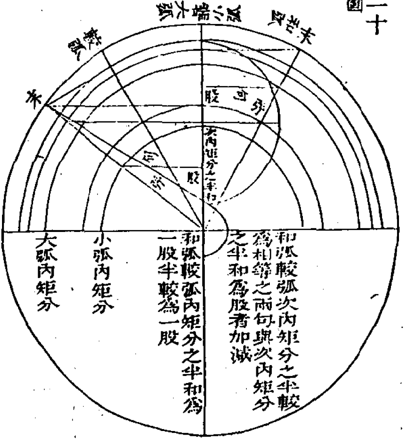
第二十圖


末
次
股
句
小弧次內矩分
大弧次內矩分
和弧較弧內矩分之半和為一句半較為一句同以次內矩分之半和為股兩句之和即和弧內矩分兩句之較即較弧內矩分



微波榭刻

第二十一圖




兩股之和即和弧內矩分兩股之較即較弧內矩分句股之和即較弧次內矩分句股之較即和弧次內矩分

句股第十三術

有大小兩弧求其和弧較弧內矩分及次內矩分以大弧內矩分與小弧次內矩分相乘徑隅除之得和弧較弧內矩分之半和以大弧次內矩分與小弧內矩分相乘徑隅除之得和弧較弧內矩分之半較加半較於半和為和弧內矩分減半較於半和為較弧內矩分

以大弧內矩分與小弧內矩分相乘徑隅除之得和弧較弧次內矩分之半較以大弧次內矩分與小弧次內矩分相乘徑隅除之得和弧較弧次內矩分之

半和加半較於半和爲較弧次內矩分減半較於半和爲和弧次內矩分

如八限之內矩分五〇〇〇〇〇〇與六限之次內矩分九二三八七九五二相乘徑隅除之得四六一九三九七六四六爲十四限及二限之內矩分半和以八限之次內矩分八六六〇二五四〇與六限之內矩分三八二六八三四三相乘徑隅除之得三三一四一三五七二八爲十四限及二限之內矩分半較兩數相加得十四限之內矩分七九三三五三三四相減得二限之內矩分一三〇五二六一九又

以八限之內矩分與六限之內矩分相乘徑隅除之得一九一三四一七一五五爲十四限及二限之次內矩分半較以八限之次內矩分與六限之次內矩分相乘徑隅除之得八○○一○三一四二三爲十四限及二限之次內矩分半和兩數相加得二限之次內矩分九九一四四八六相減得十四限之次內矩分六○八七六一四三既得二限用求分弧術得一限及半限諸數又用十觚之率得四限八分諸數以與四限爲和較得八分及八限八分以半限與八分得三分及一限三分以三分與五分得二分以

二分三分得一分或用求倍弧術或用和較術各限分之立成靡不得矣

弧之外內句股弦終於一矩之規方圜之致備矣

半弧背適一矩之規者矢與半弧弦適滿圜半徑而無矩分等諸數亦無次半弧背凡規限之有諸數者必不滿一矩之規凡內矩分次內矩分皆不滿圜半徑

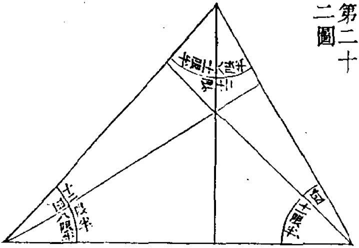
圜周九十六限限十分分七十五秒謂之規限赤道法也周三百六十五度二萬四千二百三十二分滿百萬算成一度謂之日度黃道法也日度以經歲爲

之準、經歲即平歲實用規限立算得晝夜刻分變日度、則得氣朔日躔有規限求日度者、以日度乘規限除、有日度求規限者規限乘日度除。

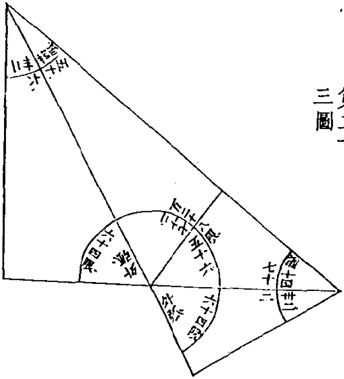
規限半之四十八限爲圜半周、又半之二十四限爲一矩之規推步家謂之象限、又半之十二限應分至啟閉之衡、曰衡限六分圜周之一、凡十六限半之八限爲一宮、又半之四限應中氣節氣之策、曰策限在日度十五度二十一萬八千四百三十算、故規限求日度、以千五百二十一萬八千四百三十乘、以十六除日度求規限乘除互易。

凡同限互權之率、句股之大恒也、句股應矩之方、變而三觚、不應矩之方、以句股御之、截爲句股六、而同限者各二、三三交錯、是以展轉互權、半弧背過一矩之規、以減圜半周而得外弧、三觚句於句股（吳曰今之銳角）、截其內（吳曰凡銳角用本角弧度）、三觚一倨於句股（吳曰今之一鈍角二銳角）、引而截其外（吳曰惟鈍角用外角弧度）

第二十二圖



第二十三圖



古割圜法書闕失傳授時歷草有弧矢割圜圖主於其半弧背之句股小大互求實足以盡割圜之理凡小大可互求者未有非其半弧背者也近人彌精此學如梅定九薛儀甫諸家兼通西洋之說有八綫表平三角弧三角等法雖別立名目於古之句股弧矢不異惜譯書時欲張其說凡一語可該必衍爲千百言多其端緒使觀之者目眩而莫測其涯涘又諱言立法之本出於句股弧矢轉謂句股不能御三角三角能御句股以梅氏考論之詳於平三角舉要論三角形用正弦爲比例之理凡爲圖者十而不能知其

爲其半弧背之句股其他大抵類此

所知之距爲弦其對弧之規限內矩分爲之股所測之距爲弦測知之規限內矩分爲之股

凡矩分與徑引數爲句與弦內矩分與徑隅爲句與弦徑隅恒等而內矩分不等故以內矩分當截三弧爲六句股之距而與弧之對距成句股兩內矩分爲句兩對距爲弦猶之截兩弧之距爲句兩對距爲弦也兩徑隅如一適當三弧之餘一距兩內矩分爲句徑隅爲弦猶之餘一距爲弦也若兩徑引數小大不等不可齊之如一以當一距徑引數等則矩分必隨

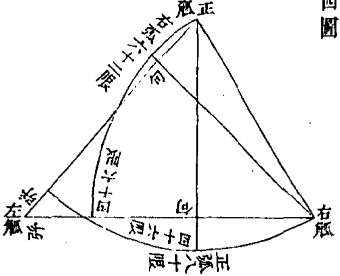
之而等與截三弧之距小大不等者不相應矣、故不可以矩分互權

句（此測器立成之數） 何（此所準望之實數） 弦（此準望所測）

| | | | |
|---|---|---|---|
| 正弧內矩分 | 截右弧之距 | 對正弧之距 | 一表 |
| 右弧內矩分 | 截正弧之距 | 對右弧之距 | 二表 |
| 正弧內矩分 | 截左弧之距 | 對正弧之距 | 一表 |
| 左弧內矩分 | 截正弧之距 | 對左弧之距 | 二表 |
| 右弧內距分 | 截左弧之距 | 對右弧之距 | 一表 |
| 左弧內矩分 | 截右弧之距 | 對左弧之距 | 二表 |

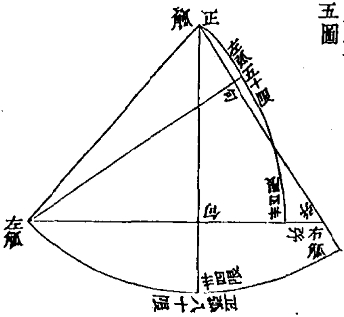
表所列者、分互求之率三、明同限之句股各三也、

第二十四圖



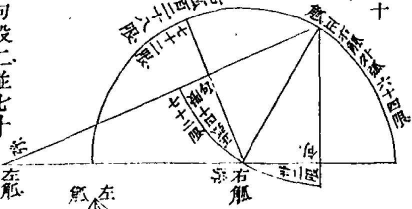

所截句股二並四十六限

第二十五圖



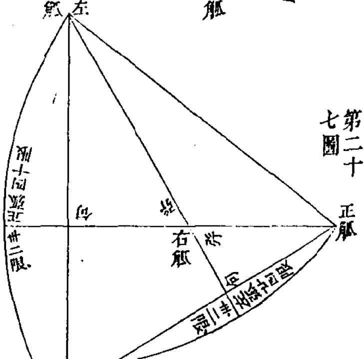

所截句股二並三十四限

第二十六圖




所截句股二並七十二限

第二十七圖




所截句股二並三十二限

凡準望度兩測之距，及兩測所得規限，求距所準望之遠，成三距三弧。兩測相距，與兩測各距所準望處而三，兩測為兩弧，所準望處對兩測之距為一弧，亦合之而三。凡三弧之規限併之，適圓半周，故測知兩弧規限，則知其三。凡弧之規限內矩分，各與對距相應，故必以相對之弧與距定其率，然後以餘弧之規限內矩分，各與所對之距互求。

凡据於句股之一弧，其規限過一矩之規，用外弧內矩分互求之率同。三弧或用內弧，或用外弧，皆以對所知之距為正弧，規限為正弧，其距為對正弧之距，

餘兩弧為對所求兩距之弧若以距求弧則其距為對所求一弧之距

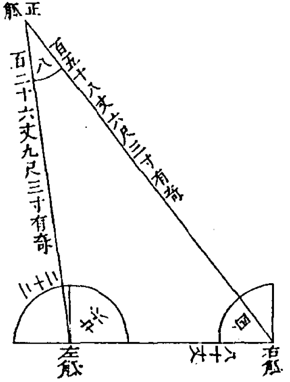
句股第十四術吳曰今名兩角夾一邊求餘角餘邊所知之兩角不夾所知之一邊術同

有正弧及對正弧之距有對所求一距之弧規限求其距以對所求一距之弧規限內矩分乘對正弧之距正弧內矩分除之得所求之距

如前測窺衡指二十二限為左弧之外弧右移八十丈窺衡指十四限為右弧之弧以外弧二十二減圜半周四十八限餘二十六限為左弧之弧合左右弧共四十以減圜半周餘八限是為正弧之弧以右弧

十四限內矩分七九三三五三三三四與對正觚之距八十丈相乘得六三四六八二六七二〇為實以正弧八限之內矩分五〇〇〇〇〇〇除之得一二六九三六五三四四為左觚距所測之遠百二十六丈九尺三寸六分有奇若左觚之外弧二十二限內矩分九九一四四四八六與八十丈相乘得七九三一五五八八八〇為實以正弧八限之內矩分除之得一五八六三一一七七六為右觚距所測之遠百五十八丈六尺三寸一分有奇

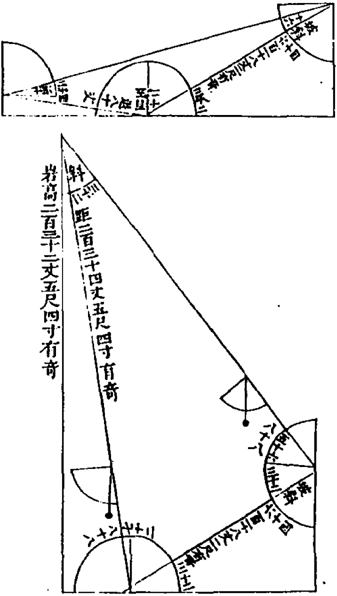
附圖



如斜坡下測坡之高得高弧八限退八十丈於對坡測之得高弧四限其地高於前測二限以加前後測得後測之弧六限前測之外弧十限其弧三十八限也合兩弧共四十四限與圜半周相減得正弧之弧四限以後弧六限之內矩分三八二六八三四三乘兩測之距八十丈得三〇六一四六七四四爲實以正弧四限之內矩分二五八八一九〇二爲法除之得一三八二八六〇二九五三三爲斜坡百一十八丈二尺八寸六分有奇因借斜坡測山岩之高於坡上測得高弧十四限坡下測得高弧二十二限以坡

之斜爲弦其句弦弧八限則股弦弧必十六限以上測十四限加一矩之規共三十八限内減股弦弧十六限餘爲上𤬪之弧二十二限以下測二十二限併前所測坡之高弧八限共三十限以減圜半周得下𤬪之弧十八限合上下兩弧共四十限以減圜半周得正𤬪之弧八限以上弧二十二限之内矩分九九一四四四八六乘斜坡爲實以正弧八限内矩分五○○○○○○爲法除之得坡下斜距山岩二百三十四丈五尺四寸八分有奇用大小句股互求得岩高

附圖



句股第十五術吳曰今名兩邊一角有所對之邊求餘角餘邊

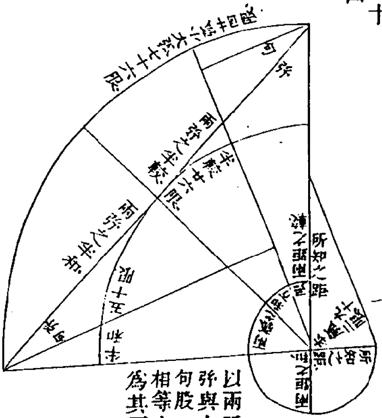
有正弧及對正弧之距有對所求一弧之距求其弧規限以對所求一弧之距棄正弧內矩分對正弧之距除之得所求之弧規限內矩分此即前術轉而用之

或測知兩距一弧所知之弧所知之兩距旁之則於圜半周減一弧規限餘爲兩弧規限之和半之爲半和限兩距之和較與半和限半較限之矩分相應

凡兩數遞爲和較累增而上皆成倍半之率如大小兩弧相加爲和弧相減爲較弧和弧較弧又相加爲和必倍於大弧相減爲較必倍於小弧惟兩弧之半

和半較相加則為大弧相減為小弧

第二十八圖



以兩弧之和規之成弧背則弧弦與大小弧內矩分成同限之句股二其限必與兩弧之半較相等大小弧內矩分為句弧弦為其兩弦之和



微波榭刻

句股第十六術吴曰今名兩邊夾一角求餘角餘邊用梅氏切綫分外角法

和兩距及一䚗規限所知之兩距、旁於所知之䚗、其䚗曰本䚗規限曰本弧減本弧於圜半周、餘爲所求兩䚗規限之和、吴曰今名外角半之爲兩弧之半和、以所知兩距之較、乘兩弧之半和矩分、兩距之和除之、得兩弧之半較矩分、以半和半較相加、得對大距之䚗規限、若相減則得對小距之䚗規限、既知三䚗兩距、則如前第十四術、得對本䚗之距、

如測得一距二十八丈八尺六寸七分五釐一毫三秒四忽、一距二十一丈一尺三寸二分四釐八毫六

秒六忽於兩距之交測得窺衡指六十四限是為本弧以減圜半周餘百二十八限為所求兩弧規限之和半之六十四限為半和以兩距之較七丈七尺三寸五分零二毫六秒八忽棄半和限之矩分一七三二〇五〇八〇得一三三九七四五九五為實兩距之和五十丈為法除之得半較限矩分二六七九四九一九檢立成為十六限以加半和限得大弧八十限以減半和限得小弧四十八限

凡矩分隨數之和較得以相權凡內矩分必兼和較小大相權也

凡用立成求小大句股、先有弦、求句或求股者、以徑隅當其弦、內矩分當其句、次內矩分當其股、先有股求句或求弦者、以圜半徑當其股、矩分當其句、徑引數當其弦、先有句求股或求弦者、以圜半徑當其句、次矩分當其股、次引數當其弦、至若規限小大微異、則內矩分次內矩分之小大各成句股者、攲斜異勢、惟矩分可共、以圜半徑爲股、而小大平行爲句、如第二十八圖、弧弦與小大兩弧之內矩分成句股、弧弦爲兩弦之和、兩弦之和較半之、恒與兩距之和較相應、然兩弦之半和、卽爲半和限內矩分、兩弦之半較

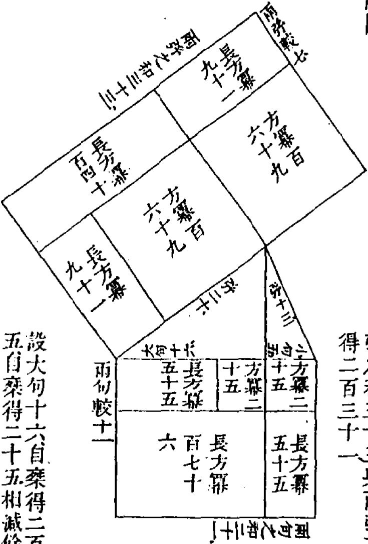
不可爲半較限內矩分於弧弦內更作一規易兩弦之半和半較爲半和限半較限矩分而兩距之和較與兩弦之半和半較相應者卽與半和限半較限之矩分相應矣

吳曰三角形任以兩邊爲弦餘一邊或爲兩句之和（銳角形之邊或對鈍角之邊）或爲兩句之較（鈍角形之邊）截之成句股二兩弦之和較相乘得長方冪同於兩句之和較相乘所得長方冪也以兩句之和除之得兩句之較若較除之則得和以是爲三邊求角之率分三角形爲兩句股然後用句股求角法以八綫表之半徑全數與句相

乘弦除之得句弦所交之角餘弦此術為平三角法

邊角互求之一記中所不載者

附圖



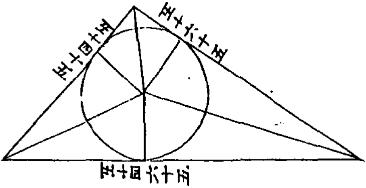

設大弦二十自乘得四百小弦十三自乘得百六十九相減餘二百三十一兩弦之和三十三與兩弦之較七相乘亦得二百三十一

設大句十六自乘得二百五十六小句五自乘得二十五相減餘二百三十一與兩句之和二十一與兩句之較十一相乘亦得二百三十一

又術凡三角之容圜半徑截三邊爲六而相等者各二成角旁相等之邊以爲股皆以容圜之半徑爲之句三邊相併半之爲半和三邊各與半和相減而得三較角所對邊之較卽邊所對角兩旁相等之邊也先知三邊求其角以三較連乘（連乘者兩較相乘得數餘一較又乘之）半和除之開方得容圜半徑以八綫表半徑全數與容圜半徑相乘角所對邊之較除之得半角之正切倍之得角若三較連乘又乘以半和則開方得三角形積半和除之得容圜半徑三角形積者容圜半徑與半和相乘之冪也此求角求積及容圜三術交通皆不論

角之銳鈍頗爲便用

附圖



設大邊百一十次邊八十小邊六十相併共二百五十半之百二十五爲半和三邊各與半和相減大邊之較十五次邊之較四十五小邊之較六十五合次邊小邊之較即大邊合大邊小邊之較即次邊合大邊次邊之較即小邊兩兩相等而會於角之兩旁與容圜半徑成句股

句股割圜記

[illegible]六月十八日[illegible]

句股割圜記上終凡一千零七十七字

用九十六爲赤道度分於十一度於今八綫表三度四十五分一分於今二十二分半